(Groupe A1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Meyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

Ex 1:

Exercice 1

Déterminer le module et un argument, puis écrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivant:

$(2-2i)^5, \frac{1}{(1-i\sqrt{3})^{10}}, \frac{1+i}{1-i\sqrt{3}}, \frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}, \left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^8, \frac{(-2i)(1+i\sqrt{3})^{12}}{(1+i)^4}$

$z_1 = (2-2i)^5$

$|z_1| = |2-2i|^5 = (2\sqrt{2})^5$

$\arg z_1 = \arg(2-2i)^5$

$= 5\arg(2-2i)$

$= 5\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -\frac{5\pi}{4}$

$\boxed{\arg z_1 = \frac{3\pi}{4}}$

Alors $z_1 = (2\sqrt{2})^5 e^{i\frac{3\pi}{4}}$ F. exp

$z_1 = (2\sqrt{2})^5\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ F. T

$z_1 = (2\sqrt{2})^5\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$

$\boxed{z_1 = -\frac{(2\sqrt{2})^5}{\sqrt{2}} + \frac{(2\sqrt{2})^5}{\sqrt{2}}i}$ F.A

$z_2 = \frac{1}{(1-i\sqrt{3})^{10}} = (1-i\sqrt{3})^{-10}$

$|z_2| = |1-i\sqrt{3}|^{-10} = 2^{-10}$

$\arg z_2 = -10\arg(1-i\sqrt{3})$

$= -10\left(\frac{-\pi}{3}\right) = \frac{10\pi}{3}$

$\arg z_2 = \frac{4\pi}{3}$

$z_2 = 2^{-10}\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

$= 2^{-10}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-2^{-10}}{2} - \frac{i\cdot 2^{-10}\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{z_2 = -2^{-11} - 2^{-11}i\sqrt{3}}$

1/2

$z_3 = \frac{1+i}{1-i\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\, e^{-i\frac{\pi}{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{i\frac{7\pi}{12}}$

$|z_3| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\arg z_3 = \frac{7\pi}{12}$

$z_3 = \frac{(1+i)(1+i\sqrt{3})}{(1-i\sqrt{3})(1+i\sqrt{3})} = \frac{1+i\sqrt{3}+i-\sqrt{3}}{1+3}$

$\boxed{z_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4} + i\,\frac{1+\sqrt{3}}{4}}$

$z_4 = \frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}$; $|z_4| = 1$

Car de type $\frac{u}{\bar{u}}$

$z_4 = \frac{(1+\sqrt{2}+i)(1+\sqrt{2}+i)}{(1+\sqrt{2}-i)(1+\sqrt{2}+i)}$

$= \frac{(1+\sqrt{2})^2 + 2(1+\sqrt{2})i - 1}{(1+\sqrt{2})^2+1}$

$= \frac{2(1+\sqrt{2}) + 2(1+\sqrt{2})i}{(1+\sqrt{2})^2+1}$

$= \frac{2(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})^2+1}(1+i) \Rightarrow \arg z_4 = \frac{\pi}{4}$

Car du type $a(1+i)$ avec $a \in \mathbb{R}_+^*$

F.A : $z_4 = 1\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \boxed{z_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$z_5 = \left(\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^8$

$z_5 = \left(\left(\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2\right)^4$

$= \left((2+\sqrt{2}) - (2-\sqrt{2}) + 2i\sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}\right)^4$

$= (2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2})^4$

$= (2\sqrt{2}(1+i))^4$

$= \left(2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^4$

$z_5 = \left(4e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^4 = 256\, e^{i\pi}$

$|z_5| = 256$, $\arg z_5 = \pi$

F. Algébrique : $\boxed{z_5 = -256}$

$z_6 = \frac{(-2i)(1+i\sqrt{3})^{12}}{(1+i)^4}$

$z_6 = \frac{2e^{-i\frac{\pi}{2}} \times \left(2e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{12}}{\left(\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^4}$

$z_6 = \frac{2e^{-i\frac{\pi}{2}} \cdot 2^{12} \cdot e^{i4\pi}}{(\sqrt{2})^4 \cdot e^{\pi}}$

$z_6 = \frac{2^{13} \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}}{2^2 \cdot e^{i\pi}}$

$z_6 = 2^{11} \cdot e^{-i\frac{3\pi}{2}}$

$z_6 = 2^{11} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$

$|z_6| = 2^{11}$, $\arg z_6 = \frac{\pi}{2}$

F. Algébrique :

$\boxed{z_6 = 2^{11} \cdot i}$

2/2

(Groupe A1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Meyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Bedeya

Ex4 :

Exercice 4

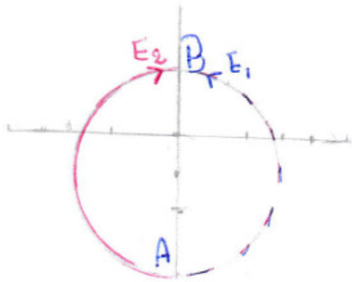
Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

1. $\arg\frac{z+2i}{z-i}=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$
2. $\arg\frac{z+2i}{z-i}=\frac{\pi}{2}\quad[\pi]$
3. $\arg\frac{z+1-2i}{z-1-3i}=\frac{\pi}{3}\quad[\pi]$
4. $\arg(z-2-2i)=\frac{\pi}{4}\quad[2\pi]$

1) $\arg\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$

$A(-2i)$; $B(i) \Rightarrow (\vec{MB}\,;\,\vec{MA})=\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$

L'ensemble c'est le demi cercle de diametre [AB] privé de A et B



2) $\arg\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[\pi]$

$\Rightarrow \arg\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)=\frac{\pi}{2}$ ou $\arg\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)=-\frac{\pi}{2}$

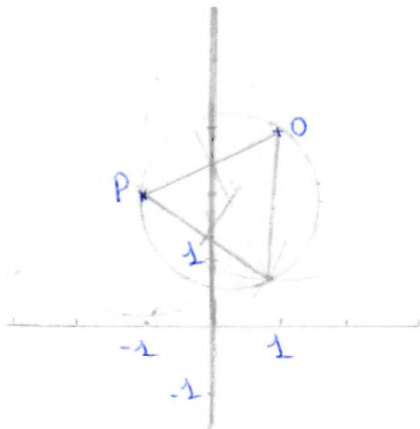
L'ensemble c'est le cercle de diametre [AB] privé des points A et B

3) $\arg\left(\frac{z+1-2i}{z-1-3i}\right)=\frac{\pi}{3}\quad[\pi]$

- on pose : $P(-1+2i)$; $Q(1+3i)$

$(\vec{MQ}\,;\,\vec{MP})=\frac{\pi}{3}\quad[\pi]$

$\Rightarrow (\vec{MQ},\vec{MP})=\frac{\pi}{3}$ ou $(\vec{MQ},\vec{MP})=\frac{2\pi}{3}$

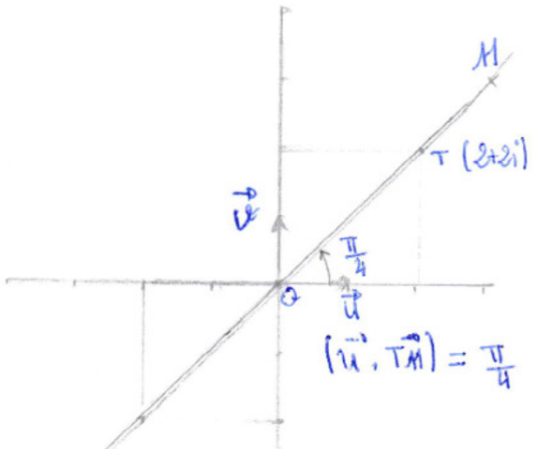


L'ensemble c'est le cercle circonscrit au Triangle PQR equilatéral indirect privé de P et Q

4) $\arg(z-2-2i) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ $T(2+2i)$

$(\vec{u}, \vec{TM}) = \frac{\pi}{4}$ $\Rightarrow$ l'ensemble c'est
la demi droite passant par T (issue de T)
la demi-bissectrice
(bissectrice interieur)
la demi droite $[TM]$

qui a un argument égal a $\frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$
d'origine T



la caracterisation analytique de cet ensemble

$$\begin{cases} x = y \\ x > 2 \end{cases}$$

2/2

(Groupe A_1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Moyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

Ex7 :

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{C}$ chacune des équations suivantes sachant qu'elle admet une racine réelle :

$$z^3-(6+3i)z^2+(21+19i)z-26(1+i)=0$$

$$z^3-(11+2i)z^2+2(17+7i)z-42=0$$

1)

$z^3-(6+3i)z^2+(21+19i)z-26(1+i)=0$

• Soit $z_0=\alpha$, $\alpha\in\mathbb{R}$

la solution réelle de l'équation

$E : z^3-(6+3i)z^2+(21+19i)z-26(1+i)=0$

Alors : $\alpha^3-(6+3i)\alpha^2+(21+19i)\alpha-26(1+i)=0$

$\alpha^3-6\alpha^2-3i\alpha^2+21\alpha+19i\alpha-26-26i=0$

$\alpha^3-6\alpha^2+21\alpha-26+(-3\alpha^2+19\alpha-26)i=0$

• on résout le système :

$$\begin{cases}\alpha^3-6\alpha^2+21\alpha-26=0 & (1)\\ -3\alpha^2+19\alpha-26=0 & (2)\end{cases}$$

D'après (2) on trouve :

$\alpha_1=2$, $\alpha_2=\frac{13}{3}$

En remplaçant dans (1)

on trouve que $\alpha_1=2$

vérifie (1) et

$\alpha_2=\frac{13}{3}$ ne vérifie pas (1)

Alors $z_0=2$

• On pose $P(z)=z^3-(6+3i)z^2+(21+19i)z-26(1+i)$

on factorise par $(z-2)$

	1	$-6-3i$	$21+19i$	$-26-26i$
2		2	$-8-6i$	$26+26i$
	1	$-4-3i$	$13+13i$	0

Alors : $P(z)=(z-2)(z^2+(-4-3i)z+13+13i)$

• Résolvons l'équation :

$z^2-(4+3i)z+13+13i=0$

$\Delta=(4+3i)^2-52-52i=45-28i$

par le calcul on obtient une racine carrée $\delta=2-7i$

Les racines de l'équation du second degré :

$z_1=\frac{4+3i+2-7i}{2}=3-2i$

$z_2=\frac{4+3i-2+7i}{2}=1+5i$

• Ensemble de solution :

$S=\{2;3-2i,1+5i\}$

1/2

2) $z^3-(11+2i)z^2+2(17+7i)z-42=0$

E admet une solution $\alpha\in\mathbb{R}$

$\alpha^3-(11+2i)\alpha^2+2(17+7i)\alpha-42=0$

$\begin{cases}\alpha^3-11\alpha^2+34\alpha-42=0 & \Rightarrow \alpha=7\\ -2\alpha^2+14\alpha=0 & \alpha=0 \text{ ou } \boxed{\alpha=7}\end{cases}$

$z_0=7$

$z^3-(11+2i)z^2+2(17+7i)z-42=0$

$(z-7)(z^2+az+b)=z^3+az^2+bz$
$\quad -7z^2-7az-7b$

$a-7=-11-2i \Rightarrow a=-4-2i$

$b-7a=2(17+7i)$

$-7b=-42 \Rightarrow b=6$

$z^2-(4+2i)z+6=0$

$\Delta=(4+2i)^2-24$

$=12+16i-24$

$=-12+16i$

$\begin{cases}a^2-b^2=-12\\ ab=8 \Rightarrow a=2 \quad , \quad b=4\end{cases}$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=2+4i$

$z_1=\dfrac{4+2i+2+4i}{2}=3+3i$

$z_2=\dfrac{4+2i-2-4i}{2}=1-i$

$S=\{7\ ,\ 3+3i\ ,\ 1-i\}$

	1	$-11-2i$	$34+14i$	-42
7		7	$28-14i$	42
	1	$-4-2i$	6	0

(Groupe A1)
Aichetou m/Abderrahman
Sellem m/ Megey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

Ex 10 :

Exercice 10

Soit $z = e^{i\frac{2\pi}{7}}$. On pose $\alpha = z + z^2 + z^4$.
1. Calculer $\alpha + \bar{\alpha}$ et $\alpha\bar{\alpha}$.
2. En déduire que : $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{8\pi}{7} = -\frac{1}{2}$;

et que $\sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

1) $z = e^{i\frac{2\pi}{7}}$

$\alpha = z + z^2 + z^4$

$\bar{\alpha} = \bar{z} + \bar{z}^2 + \bar{z}^4$

Rep :

* Si $z = e^{i\theta}$, alors $|z| = 1$ et $\bar{z} = \frac{1}{z}$

On remarque que $z^7 = 1$

car $z^7 = \left(e^{i\frac{2\pi}{7}}\right)^7 = e^{i2\pi}$

on a :

$\bar{z} = \frac{1}{z} = \frac{z^7}{z} = z^6$

$\bar{z}^2 = \frac{1}{z^2} = \frac{z^7}{z^2} = z^5$

$\bar{z}^4 = \frac{1}{z^4} = \frac{z^7}{z^4} = z^3$

alors $\bar{\alpha} = z^6 + z^5 + z^3$

$\alpha + \bar{\alpha} = z + z^2 + z^4 + z^6 + z^5 + z^3$

$1 + \alpha + \bar{\alpha} = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6$

$1 + \alpha + \bar{\alpha} = \frac{1 - z^7}{1 - z} \Rightarrow 1 + \alpha + \bar{\alpha} = 0$

D'où $\boxed{\alpha + \bar{\alpha} = -1}$

$\alpha\bar{\alpha} = (z + z^2 + z^4)(z^6 + z^5 + z^3)$

$= z^7 + z^6 + z^4 + z^8 + z^7 + z^5 + z^{10} + z^9 + z^7$

$z^8 = z \cdot z^7 = z$; $z^9 = z^2 \cdot z^7 = z^2$

et $z^{10} = z^3 \cdot z^7 = z^3$

Donc $\alpha\bar{\alpha} = 2 + (1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6)$

$\boxed{\alpha\bar{\alpha} = 2}$

2) On a : $\alpha = e^{i\frac{2\pi}{7}} + (e^{i\frac{2\pi}{7}})^2 + (e^{i\frac{2\pi}{7}})^4$

$\alpha = e^{i\frac{2\pi}{7}} + e^{i\frac{4\pi}{7}} + e^{i\frac{8\pi}{7}}$

$\alpha = \left(\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{8\pi}{7}\right) + i\left(\sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7}\right)$

$Re(\alpha) = \frac{\alpha + \bar{\alpha}}{2} \Rightarrow Re(\alpha) = -\frac{1}{2}$

$\boxed{\text{D'où } \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{8\pi}{7} = -\frac{1}{2}}$

Alors $\alpha = -\frac{1}{2} + iy$ avec $y = \sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7}$

On a : $\alpha\bar{\alpha} = 2 \Rightarrow |\alpha|^2 = 2 \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 2$

$\Rightarrow -\frac{1}{4} + y^2 = 2 \Rightarrow y^2 = 2 - \frac{1}{4}$

$\Rightarrow y^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

On a : $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

Alors $\sin\frac{8\pi}{7} = -\sin\frac{\pi}{7}$ et

$y = \sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7}$

La fonction sinus est croissante et positive sur $[0, \frac{\pi}{2}]$, alors

$\sin\frac{2\pi}{7} > \sin\frac{\pi}{7} \Rightarrow$

$\sin\frac{2\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7} > 0$

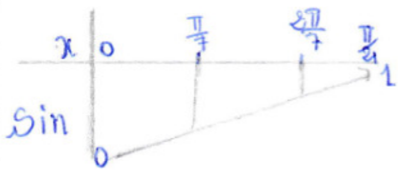
Comme $\sin\frac{4\pi}{7} > 0$

on a : alors

$y > 0$ donc $y = \frac{\sqrt{7}}{2}$

D'où

$\boxed{\sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7} = \frac{\sqrt{7}}{2}}$



(Groupe A1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Meyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

Ex13 :

Exercice 13

Dans le plan orienté, on considère deux triangles ABC et DEF équilatéraux directs. Les points G et H tels que EDBG et CDFH soient des parallélogrammes. Soient a,b,c,d,e,f,g et h les affixes respectives des points A,B,C,D,E,F,G et H.

1) Exprimer $c-a$ en fonction de $b-a$, puis $f-d$ en fonction de $e-d$.

2) Exprimer g en fonction de b,d et e ; puis h en fonction de c,d et f.

3) Démontrer que le triangle AGH est équilatéral.

1) ABC est équilatéral direct :

$\Rightarrow \frac{c-a}{b-a} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (c-a) = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)$

DEF est équilatéral direct :

$\Rightarrow \frac{f-d}{e-d} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (f-d) = e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$

2) EDBG c'est un parallélogramme

$\Rightarrow \vec{BG} = \vec{DE} \Rightarrow g-b = e-d \Rightarrow g = b+e-d$

DCHF est un parallélogramme

$\Rightarrow h-c = f-d$

$\Rightarrow h = c+f-d$

3) on calcule $\frac{h-a}{g-a}$

$g-a = b-a+e-d$, $h-a = c-a+f-d$

$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a) + e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$

$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a+e-d) \Rightarrow h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(g-a)$

$\frac{h-a}{g-a} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow$ AGH est équilatéral direct.

(Groupe A1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Meyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

Exercice 16

Soit a un nombre complexe non nul. On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Montrer que les points d'affixes a, aj, aj^2 dans cet ordre, sont les sommets d'un triangle équilatéral direct.

$A(a)$; $B(aj)$; $C(aj^2)$

$j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. $j^3 = 1$, $1 + j + j^2 = 0$

$\bar{j} = j^2 = \frac{1}{j}$. $1 + j = e^{i\frac{\pi}{3}}$

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{aj^2 - a}{aj - a} = \frac{a(j^2-1)}{a(j-1)}$$

$$= \frac{a(j-1)(j+1)}{a(j-1)} = j + 1$$

$$= -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$= \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$\begin{cases} (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3} \quad [2\pi] \\ AB = AC \end{cases}$$

(Groupe A1)

Aichetou m/ Abderrahman
Sellem m/ Meyey
Fatimetou m/ Hacen
Fatimetou m/ Kedeya

CEx19 :

Exercice 19 Ba

Dans le plan orienté, OAB est un triangle direct non rectangle. On construit les carrés directs AONP, OBCU et BATI. On muni le plan d'un repère orthonormal d'origine O tel que n et b soient les affixes respectives de N et B.

1) Déterminer les affixes de A et U.

2) Démontrer que $AU = BN$ et $(AU)\perp(BN)$. Quelles sont les relations semblables qu'on peut déduire ?

3) Soit G le point tel que OUGN soit un parallélogramme. Démontrer que le triangle GPC est isocèle rectangle direct.

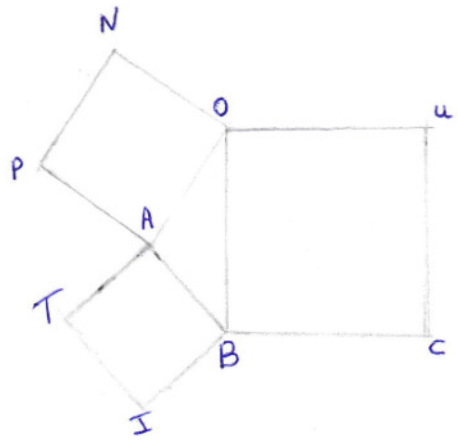
4) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{GN}$ et r le quart de tour direct de centre O.

a) Déterminer l'image de G par rot.

b) Soit C' le symétrique de C par rapport à B. Montrer que r(C') = C puis déterminer rot(B).

c) En déduire que $AC = GB$ et $(AC)\perp(GB)$.

Solution



1) comme le triangle ONA est rectangle en O isocele et direct on a donc $\frac{z_A - z_O}{z_N - z_O} = i$ c.a.d $\frac{a-0}{b-0} = i \Rightarrow \frac{a}{n} = i \Rightarrow \boxed{a = in}$

de même OBu est rectangle en O isocele et directe D'ou $\frac{z_u - z_O}{z_B - z_O} = i$ c.a.d $\frac{u-0}{b-0} = i \Leftrightarrow \frac{u}{b} = i$ $\Rightarrow \boxed{u = ib}$

2) $(\vec{BN}, \vec{Au}) = \arg\left(\frac{u-a}{n-b}\right) = \arg\left(\frac{ib - in}{n-b}\right)$ $= \arg\left(\frac{-i(n-b)}{n-b}\right) = \arg(-i) = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

et

$\frac{Au}{BN} = \left|\frac{u-a}{n-b}\right| = \left|\frac{-i(n-b)}{n-b}\right| = |-i| = 1$

Donc $\begin{cases} (BN)\perp(Au) \\ BN = Au \end{cases}$ 1

La rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme O en P et T en B

d'ou $\begin{cases} BP = OT \\ (BP)\perp(OT) \end{cases}$

1/2

* De même la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme A en I et C en O

d'où $\begin{cases} OI = CA \\ (OI) \perp (CA) \end{cases}$

3) $\vec{GP} = \vec{GN} + \vec{NP} = \vec{UO} + \vec{OA} = \vec{UA}$

$\Rightarrow \begin{cases} GP = UA \\ (GP) \parallel (UA) \end{cases}$ (2)

De même $\vec{GC} = \vec{GU} + \vec{UC} = \vec{NO} + \vec{OB} = \vec{NB}$

$\Rightarrow \begin{cases} GC = NB \\ (GC) \parallel (NB) \end{cases}$ (3)

de (1), (2), (3) on a

$\begin{cases} GP = GC \\ (GP) \perp (GC) \end{cases}$

D'où le triangle GPC est rectangle et isocele

4) a) $r \circ t(G) = r(t(G)) = r(N) = A$

$\Rightarrow r \circ t(G) = A$

b) Comme le triangle OBC est rectangle en B, isocele et direct et comme C' est le symetrie de C par rapport à B le triangle OBC' est Donc rectangle en B isocele indirecte Donc le triangle OC'C est rectangle en O isocele et directe d'ou

$r(C') = C$

$r \circ t(B) = r(t(B)) = r(C') = C$

$\Rightarrow \boxed{r \circ t(B) = C}$

2/2